

Домаћи рад шаљете сви истог дана **30.03.2020.** на maja.djokic.matematika@gmail.com. У један мејл шаљете цео домаћи са насловом који је домаћи по реду (ово је 2). На пример. **друго4_домаћи2.**

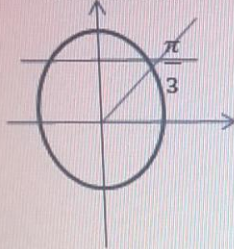
Наставне јединице за **друго 4** за **23.03-27.03**

1. Тригонометријске неједначине $\sin x \langle \rangle a$, $\cos x \langle \rangle a$ и сл.

Увежбавање задатак који су везани за тригонометријске неједначине.

$$981. \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) > \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Решење:



$$\frac{\pi}{3} + 2k\pi < \frac{3\pi}{2} - x < \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$$

$$\frac{\pi}{3} - \frac{3\pi}{2} + 2k\pi < -x < \frac{2\pi}{3} - \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$$

$$984. \sin(3x-1) < -\frac{1}{2}$$

Решење:

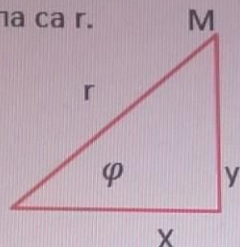
$$-\pi + \frac{\pi}{6} + 2k\pi < 3x - 1 < -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$-\frac{5\pi}{18} + \frac{1}{3} + \frac{2k\pi}{3} < x < -\frac{\pi}{18} + \frac{1}{3} + \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

Задатак за **домаћи рад**: 985

2. Тригонометријски облик комплексног броја операције са њима

Познато је од раније алгебарски облик комплексног броја
 $z = x + iy, x, y \in \mathbb{R}$, $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$, Угао φ је угао који х оса
заклапа са r.



$$\cos \varphi = \frac{x}{r} \quad \sin \varphi = \frac{y}{r} (*)$$

$$x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$$

$z = r \cos \varphi + ir \sin \varphi$, $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ тригонометријски
облик комплексног броја

Угао φ се назива аргумент комплексног броја z и означава $\text{Arg}z$ -
није ознака за један реалан број већ за један из скупа бројева
који се међусоно разликују за 2π .

Ако је $z=0$ аргумент се не дефинише.

Операције: $z_1 = r_1(\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1)$, $z_2 = r_2(\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2)$

$$1. z_1 z_2 = r_1 r_2 (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$$

$$2. \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2))$$

Задачи су из збирке за трећи разред:

1269. а) Одрети тригонометријски облик комплексног броја ако је
дато $6i$.

Решење: $x=0, y=6$, M се налази на y оси па је угао $\varphi = \frac{\pi}{2}, r=6$

$$6i = 6(\cos(\frac{\pi}{2} + 2k\pi) + i \sin(\frac{\pi}{2} + 2k\pi)), k \in \mathbb{Z}$$

б) $3+3i$

Решење: $x=3, y=3, r=\sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}, \varphi = \frac{\pi}{4}$

$$3 + 3i = 3\sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right) \right), k \in \mathbb{Z}$$

1271. а) $z_1 z_2 = ?$, $z_1 = \sqrt{2} \left(\cos\frac{11\pi}{4} + i \sin\frac{11\pi}{4} \right)$, $z_2 = \sqrt{8} \left(\cos\frac{3\pi}{8} + i \sin\frac{3\pi}{8} \right)$

Решење: $z_1 z_2 = \sqrt{2}\sqrt{8} \left(\cos\left(\frac{11\pi}{4} + \frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{11\pi}{4} + \frac{3\pi}{4}\right) \right) = 4 \left(\cos\frac{9\pi}{8} + i \sin\frac{9\pi}{8} \right)$

Задаци за домаћи рад: 1: Одредити тригонометријски облик за комплексне бројеве а) $2-2i$, б) $-\sqrt{3}-i$

2. Ако је $z_1 = 2 \left(\cos\frac{\pi}{6} + i \sin\frac{\pi}{6} \right)$, $z_2 = 3 \left(\cos\frac{\pi}{12} + i \sin\frac{\pi}{12} \right)$. Одредити $z_1 z_2 = ?$

3. Моаврова формула

$$z^n = (r(\cos\varphi + i\sin\varphi))^n$$

$$z^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$$

$$z_1 z_2 \dots z_n = r_1 r_2 \dots r_n (\cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n))$$

Задаци из збирке за трећи разред:

1274. а) $z^6 = ?$ ако је $z = \cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4}$

Решење: $r=1, \varphi = \frac{\pi}{4}$

$$z^6 = r^6(\cos 6\varphi + i \sin 6\varphi) = \left(\cos 6\frac{\pi}{6} + i \sin 6\frac{\pi}{6}\right) = \cos \pi + i \sin \pi \\ = -1$$

$$б) z^{10} = ?, z = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

Решење:

$$x = \frac{3}{2}, y = -\frac{\sqrt{3}}{2}, r = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{3}$$

$$z^{10} = \sqrt{3}^{10} \left(\cos 10 \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin 10 \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right) \right) \\ = 243 \left(\cos \frac{5\pi}{3} - \sin \frac{5\pi}{3} \right) = 243 \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$в) z^{13} = ?, z = i - \sqrt{3}$$

$$\text{Решења: } x = -\sqrt{3}, y = 1, r = \sqrt{3+1} = 2$$

$$z^{13} = 2^{13} \left(\cos 13 \cdot \frac{5\pi}{6} + i \sin 13 \cdot \frac{5\pi}{6} \right) = 2^{12} (-\sqrt{3} + i)$$

Задаци за **домаћи рад**: 1. Одредити z^6 ако је $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$.